

CORRIGE DU BAC BLANC STI2D - FEVRIER 2017

Exercice n°1 :

1) $f(x) = x^2 + 2x - 3$:

$f(-3) = 0$: le point de coordonnées $(-3, 0)$ est un point de la courbe situé sur l'axe des abscisses, la bonne réponse est donc **la réponse b.**

2) Pour $x > -1$: $\ln(x+1) = 3$ si et seulement si (ssi) $x+1 = e^3$ ssi $x = e^3 - 1$: la bonne réponse est la **c.**

3) La bonne réponse est donc la réponse **b.** **b.** $f'(x) = \frac{7}{7x-7}$

4) $5 \cdot 2^x - 3 \leq 5$ ssi $2^x \leq 8$ ssi $2^x \leq 2^3$ ssi $x \leq 3$: la bonne réponse est la **b.**

5) $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) dt = \left[0,5 \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right)\right] - \left[0,5 \sin\left(2 \cdot 0 + \frac{\pi}{3}\right)\right] = -0,5 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$ La bonne réponse est donc la réponse **c.**

Exercice n°2 :

1. D'après le tableau, lorsque l'intensité acoustique est multipliée par 10 l'augmentation du niveau sonore semble être de 10 dB.

2. a) Pour vérifier la conjecture émise à la question 1., on calcule $f(10x)$.

$$f(10x) = \frac{10}{\ln 10} \times \ln(10x) + 120 \quad \text{soit } f(10x) = \frac{10}{\ln 10} \times [\ln(x) + \ln(10)] + 120 \quad \text{soit } f(x) + 10.$$

La conjecture est vérifiée pour tout x appartenant à I .

2) b) Pour calculer le niveau sonore de deux motos, on calcule $f(2 \cdot 10^{-5}) =$

$$\frac{10}{\ln 10} \times \ln(2 \times 0,00001) + 120 \quad \text{soit } f(10^{-5}) + \frac{10}{\ln 10} \times \ln 2 \quad \text{soit } 70 + 3,01 \quad \text{soit } \mathbf{73,01 \text{ db.}}$$

3) Il faut résoudre sur I l'inéquation $f(x) \geq 85$ soit $\frac{10}{\ln 10} \times \ln(x) + 120 \geq 85$ sur I

Ce qui équivaut à $\ln(x) \geq -3,5 \ln(10)$ c'est à-dire $x \geq e^{-3,5 \ln(10)} \quad (\approx 3,2 \cdot 10^{-4})$

4) $f'(x) = \frac{10}{\ln(10)} \cdot \frac{1}{x}$. Cette dérivée est strictement positive sur I , f est donc strictement croissante sur I .

Exercice n°3 :

1) a) La démarche la plus naturelle est de compter les carreaux entiers contenus dans la surface hachurée et de réaliser un encadrement avec les carreaux hachurés partiellement.

On peut aussi remarquer que l'aire située entre la courbe et la droite passant par C et le point A d'abscisse (0 ; 2) entre 0 et 2 semble être égale à l'aire située entre la courbe et la droite passant par C et le point d'abscisse (0 ; 2) entre 2 et 4. (C semble être centre de symétrie de la courbe représentant la ligne du toboggan)

b)

- **en comptant les carreaux** : si on appelle x le nombre de carreaux

$92 < x < 110$ l'aire d'un carreau est $0,2 \times 0,2$ unités d'aires donc l'aire A cherchée vérifie

l'encadrement

$$92 \times 0,2^2 < A < 110 \times 0,2^2$$

L'unité réelle étant le m, le résultat est exprimé en m²

L'aire cherchée est donc comprise entre 3,6 m² et 4,4 m²

- **En utilisant la symétrie apparente de la courbe :**

L'aire hachurée est égale à l'aire du trapèze OA CB avec B(2 ; 0) auquel on ajoute l'aire du triangle

CB D avec D(4 ; 0)

$$A \approx \frac{1+2}{2} \times 2 + \frac{2 \times 1}{2} = 4$$

L'aire cherchée semble donc égale à 4 m²

$$f(0)=2 \quad f(2)=1 \quad f(4)=0 \quad f'(0)=0$$

2) a) car la tangente au point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses

$$f(0)=2 \quad a \times 0^3 + b \times 0^2 + c \times 0 + d = 2$$

b) donc en remplaçant dans l'expression on a d'où $d=2$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \quad \text{d'où} \quad 3a \times 0^2 + 2b \times 0 + c = 0 \quad \text{d'où} \quad c=0$$

$$\text{D'autre part} \quad f(4)=0 \quad \text{donc} \quad a \times 4^3 + b \times 4^2 + 2 = 0 \quad \text{d'où} \quad 64a + 16b + 2 = 0 \quad 32a + 8b = -1$$

$$\text{Enfin} \quad f(2)=1 \quad \text{donc} \quad a \times 2^3 + b \times 2^2 + 2 = 1 \quad \text{d'où} \quad 8a + 4b = -1$$

On doit donc résoudre le système : on peut multiplier la 1^{ère} équation par -4 pour "éliminer" a

$$\begin{cases} 8a + 4b = -1 \\ 32a + 8b = -1 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} -32a - 16b = 4 \\ 32a + 8b = -1 \end{cases}$$

$$\text{En additionnant membre à membre on obtient} \quad -8b = 3 \quad \text{d'où} \quad b = -\frac{3}{8}$$

On peut multiplier la 1^{ère} équation par -2 pour "éliminer" cette fois b

$$\begin{cases} 8a + 4b = -1 \\ 32a + 8b = -1 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} -16a - 8b = 2 \\ 32a + 8b = -1 \end{cases}$$

$$\text{En additionnant membre à membre on obtient} \quad 16a = 1 \quad \text{d'où} \quad a = \frac{1}{16}$$

3) a) La fonction f est positive sur l'intervalle $[0 ; 4]$ donc l'aire cherchée est en unités d'aires :

$$\int_0^4 f(x) dx$$

b) Une primitive de f est $F(x) = \frac{1}{16} \times \frac{x^4}{4} - \frac{3}{8} \times \frac{x^3}{3} + 2x = \frac{x^4}{64} - \frac{x^3}{8} + 2x$

$$F(4) = \frac{4^4}{64} - \frac{4^3}{8} + 2 \times 4 = 4 \quad F(0) = \frac{0^4}{64} - \frac{0^3}{8} + 2 \times 0 = 0$$

Donc $\int_0^4 f(x) dx = F(4) - F(0) = 4 - 0 = 4$ unités d'aires

L'unité réelle étant le m l'aire cherchée est 4 m²

Exercice 4 :

Partie A :

1. a) Le volume de la piscine étant de 600000 L avec un taux de chlore de 1,25 mg/L, on a alors la quantité de chlore de la piscine : $600000 \times 1,25 = 750000 \text{ mg} = 750 \text{ g}$. Donc $u_0 = 750$.

Au regard des recommandations de l'agence régionale de la santé, le responsable ne pouvait pas donner accès à la piscine le 31 mai.

b) $u_1 = 750 \times (1 - \frac{25}{100}) + 570 = 750 \times 0,75 + 570 = 562,5 + 570 = 1132,5$.

c) $u_{n+1} = 0,75 u_n + 570$ car chaque jour le chlore se dégrade de 25 % cela signifie que la quantité

de chlore (c'est-à-dire u_n) est multiplié par $1 - \frac{25}{100} = 0,75$. Ensuite chaque matin on ajoute

570 g de chlore.

d) Non, la suite (u_n) n'est pas géométrique.

2. a) Il permet de calculer le terme u_n pour un certain rang n c'est-à-dire la quantité de chlore

disponible, exprimé en grammes, présente dans l'eau du bassin le n -ième jour suivant le jour de l'analyse.

b)

Variables	Initialisation	Etape 1	Etape 2	Etape 3
u	750	1132,5	1419,375	1634,53125

La piscine peut être ouverte lorsque que le taux de chlore de la piscine est de : $600000 \times 2 = 1200000 \text{ mg} = 1200 \text{ g}$.

Or, le taux de chlore dans la piscine dépasse 1200 g à partir du 2ième jour.

c) Le taux de chlore sera de 2259,554 g au 15 ème jour.

Partie B :

$$d_0 = u_1 - u_0 = 1132,5 - 750 = 382,5$$

1. a) $d_1 = u_2 - u_1 = 1419,375 - 1132,5 = 286,875$

$$d_2 = u_3 - u_2 = 1634,53125 - 1419,375 = 215,15625$$

b) Comme $\frac{d_1}{d_0} = \frac{75}{100}$ et $\frac{d_2}{d_1} = \frac{75}{100}$ alors d_0, d_1, d_2 semblent être les termes d'une suite

géométrique.

2. $u_{n+1} - u_n = 0,75 u_n + 570 - u_n = -0,25 u_n + 570$

3. a) (d_n) est une suite géométrique de raison 0,75 alors $d_n = d_0 \times q^n$.

b) D'après la question 2 on a : $d_n = u_{n+1} - u_n = -0,25u_n + 570$

$$d_n - 570 = -0,25 u_n$$

alors :
$$\frac{d_n}{-0,25} - \frac{570}{-0,25} = u_n$$
$$u_n = -4 d_n + 2280$$

Or d'après la question 3.a), on a :

$$u_n = -4 \times (382,5 \times 0,75^n) + 2280$$

$$u_n = -1530 \times 0,75^n + 2280$$

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2280$ car $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,75^n = 0$.

Cela signifie que le taux de chlore va se stabiliser autour de 2280 g.