Exercice 1 **(4 points)**

Partie A

Le tableau ci-dessous donne la consommation de soins et de biens médicaux (CSBM) en France, en milliards d'euros :

Année	2000	2005	2009	2011
CSBM en milliards d'euros		148,1	171,1	180

Source : Drees, Comptes de la santé

1. **Réponse b**
   Soit x le montant de la CSBM en 2000. On sait que ce montant a augmenté de $29,2\%$ entre 2000 et 2005, donc $x \times (1 + \dfrac{29,2}{100}) = 148,1$. On en déduit alors que $x = \dfrac{148,1}{1,292} \approx 114,6$.

2. **Réponse c**
   On calcule le coefficient multiplicateur qui est donné par $\dfrac{\text{valeur finale}}{\text{valeur initiale}}$ entre 2005 et 2011.
   $CM = \dfrac{180}{148,1} \approx 1,22$. La CSBM a été multipliée par environ $1,22$ entre 2005 et 2011.

Partie B

Dans cette partie, on considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$ par

$$g(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x$$

et on note g' sa fonction dérivée.

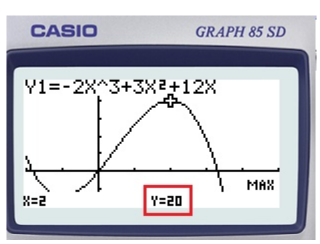
1. **Réponse b**
   Pour tout $x \in [-2\ ;\ 5]$, $g'(x) = -2 \times 3x^2 + 3 \times 2x + 12 \times 1 = -6x^2 + 6x + 12$.

2. **Réponse a**
   Pour cette question, on peut étudier les variations de la fonction g. Sa dérivée étant une fonction polynôme du second degré, on calcule le discriminant $\Delta = 6^2 - 4 \times (-6) \times 12 = 324$ et les deux racines $x_1 = \dfrac{-6 - \sqrt{324}}{-6 \times 2} = 2$ et $x_2 = \dfrac{-6 + \sqrt{324}}{-6 \times 2} = -1$.
   Le tableau de variations de la fonction g est alors :

x	-2		-1		2		5
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

   Le maximum de la fonction est la plus grande des deux images $g(-2)$ ou $g(2)$. Il faut donc calculer ces deux images :
   $g(-2) = -2 \times (-2)^3 + 3 \times (-2)^2 + 12 \times (-2) = 4$ et $g(2) = -2 \times 2^3 + 3 \times 2^2 + 12 \times 2 = 20$.
   Le maximum de la fonction g est donc 20.

   On peut aussi, plus simplement utiliser la calculatrice. Dans le Menu Graph, on trace la courbe de la fonction sur l'intervalle $[-2; 5]$ puis on accède au maximum avec la touche G-Solv (F5) :



Exercice 2 **(5 points)**

On observe, depuis quelques années, un modification des canaux de distribution du tourisme en faveur du tourisme en ligne.

C'est ainsi que plus de 30 millions de Français ont consulté des sites internet pour préparer leurs vacances en 2013.
Le tableau ci-dessous donne l'évolution du chiffre d'affaire, noté CA, du marché du tourisme en ligne de 2006 à 2013 en France.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
CA en milliard d'euros : y_i	4,2	5,3	7	8	9,6	10,9	11,7	12,4

Étude XERFI, FEVAD

Les parties A, B et C sont indépendantes

Partie A

Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centième.

1. Déterminons le taux d'évolution, exprimé en pourcentage, du chiffre d'affaire du tourisme en ligne entre 2006 et 2009.
   Le taux d'évolution T est défini par $T = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$
   $T = \dfrac{8 - 4.2}{4.2} = 0.90476$. Le taux d'évolution du chiffre d'affaires entre 2006 et 2008 est d'environ 90.48 %.
2. Calculons le taux d'évolution annuel moyen, exprimé en pourcentage, du tourisme en ligne en France entre les années 2006 et 2009.
   En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1 + t_m)^3$ puisque le chiffre d'affaires a subi trois évolutions durant cette période.
   $(1 + t_m)^3 = 1.9048$ par conséquent $t_m = 1.9048^{\frac{1}{3}} - 1 \approx 0.2396$.
   Le chiffre d'affaires a augmenté chaque année en moyenne de 23.96 %.
3. On suppose que, de 2013 à 2016, le chiffre d'affaire du tourisme en ligne en France a augmenté de 9 % par an.
   Donnons une estimation du chiffre d'affaire du tourisme en ligne en France pour l'année 2016.
   À un taux d'évolution t correspond un coefficient multiplicateur de $1 + t$. Le coefficient multiplicateur est donc ici de 1.09.
   Entre 2013 et 2016, il y a eu trois évolutions donc une estimation serait $12.4 \times 1.09^3 = 16.06$
   Le chiffre d'affaires en ligne pourrait être estimé en 2016 à 16.06 milliards d'euros.

Partie B

On considère la série statistique à deux variables $(x_i\ ;\ y_i)$.

1. Le nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ associé à cette série statistique est tracé dans le repère de l'annexe 1.
2. (a) À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés est $y = 1.22x + 3.14$. *Les coefficients sont arrondis au centième.*
   (b) On décide de réaliser un ajustement de la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ à l'aide de la droite D d'équation $y = 1,2x + 3,1$.
   Pour tracer la droite nous pouvons calculer les coordonnées de deux de ses points en remplaçant x par deux nombres que l'on choisit. Si $x = 0$, alors $y = 3,1$ et si $x = 10$, alors $y = 15,1$.
   La droite D est tracée dans le repère de l'annexe 1.
3. À l'aide de la question précédente, donnons une estimation du chiffre d'affaire du tourisme en France en 2016.
   Le rang de l'année 2016 est 11. Remplaçons x par cette valeur dans l'équation de la droite. $y = 1,2 \times 11 + 3,14 = 16,3$.
   Le chiffre d'affaires en ligne pourrait être estimé en 2016, selon ce modèle, à 16,3 milliards d'euros.

Partie C

Parallèlement à l'essor du tourisme en ligne, on a pu observer que le nombre de plaintes des consommateurs dans le secteur du tourisme en ligne est en augmentation depuis 2011.

Les données recueillies par la Direction Générale de la Concurrence, de la Consommation et de la Répression des Fraudes (DGCCRF) permettent d'analyser l'évolution des plaintes des consommateurs en France.

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de plaintes enregistrées par la DGCCRF en France dans le secteur du tourisme en ligne entre les années 2011 et 2013.

Année	2011	2012	2013
Nombre de plaintes enregistrées en France	1036	1293	
Indice	100		183,4

Source : Ministère de l'économie, de l'industrie et du numérique

1. Calculons l'indice i du nombre de plaintes enregistrées en 2012, arrondi au dixième.
   $i = \dfrac{1293}{1036} \times 100 \approx 124.8$.
   L'indice de 2012, base 100 en 2011 est, arrondi au dixième, 124.8.
2. Déterminons le nombre de plaintes enregistrées en 2013.
   Entre 2011 et 2013 le coefficient multiplicateur est 1.834. Par conséquent, le nombre de plaintes enregistrées en France en 2013 est 1036×1.834 c'est-à-dire environ 1900 plaintes.

$\boxed{\textbf{Exercice 3}}$ **(6 points)**

On s'intéresse à une modélisation de la propagation de l'épidémie de la grippe en France durant l'hiver 2014 - 2015.

Les relevés statistiques, fournis par le réseau Sentinelle, du nombre de cas pour 100000 habitants sur la période du 29 décembre 2014 au 1er mars 2015 ont permis de mettre en évidence une courbe de tendance, à l'aide d'un tableur.

Soit f la fonction définie, pour tout $x \in [2\ ;\ 10]$, par

$$f(x) = -30x^2 + 360x - 360.$$

On admet que $f(x)$ modélise le nombre de malades déclarés pour 100000 habitants au bout de x semaines écoulées depuis le début de l'épidémie. On note C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Partie A

1. Selon ce modèle, au bout de six semaines le pic de l'épidémie a été atteint. Nous lisons l'abscisse du sommet de la parabole.
2. Le nombre de semaines pendant lesquelles le nombre de malades a été supérieur ou égal à 600 est 4. De la semaine 4 à la semaine 8, sur cet intervalle, la courbe est située au dessus de la droite d'équation $y = 600$.
3. (a) Montrons que $f(x) \geqslant 600$ équivaut à $-x^2 + 12x - 32 \geqslant 0$.

$$\begin{aligned} f(x) &\geqslant 600 \\ -30x^2 + 360x - 360 &\geqslant 600 \\ -30x^2 + 360x - 360 - 600 &\geqslant 0 \\ -30x^2 + 360x - 960 &\geqslant 0 \\ 30\left(-x^2 + 12x - 32\right) &\geqslant 0 \end{aligned}$$

Puisque 30 est un nombre réel strictement positif, nous pouvons diviser les deux membres de l'inégalité par 30. Nous obtenons ainsi l'inégalité demandée.

(b) Déterminons alors les solutions de $-x^2 + 12x - 32 = 0$. Ceci est une équation du second degré, calculons alors Δ.
$\Delta = 12^2 - 4 \times (-1) \times (-32) = 144 - 128 = 16$. Le trinôme admet donc deux racines
$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\quad x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
d'où $x_1 = \dfrac{-12 - 4}{-2} = 8 \quad x_2 = \dfrac{-12 + 4}{-2} = 4$.
Par conséquent $-x^2 + 12x - 32 = -(x - 4)(x - 8)$.
En dressant un tableau de signes nous obtenons sur

x	$-\infty$		2		4		8		10		$+\infty$
$-(x-4)(x-8)$		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$	

Il en résulte que l'ensemble des solutions sur $[2\ ;\ 10]$ de l'inéquation $f(x) \geqslant 600$ est $[4\,;8]$.

(c) Nous retrouvons le résultat obtenu dans la question 2.

Partie B

1. (a) Calculons $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[2\,;10]$
$f'(x) = -30(2x) + 360 = -60x + 360 = 60(-x + 6)$.
puis résolvons l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$ sur cet intervalle.
Sur $\mathbb{R}$ $-x + 6 \geqslant 0$ est équivalent à $x \leqslant 6$.
L'ensemble des solutions de l'inéquation est $[2\,;6]$

(b) Dressons le tableau de variations de f sur l'intervalle $[2\,;10]$.
Étudions d'abord le sens de variation de f.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.
Pour $x \in]6\ ;10]$, $f'(x) < 0$, par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.
Pour $x \in [2\ ;\ 6[$, $f'(x) > 0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.
Dressons le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[2\,;10]$.

x	2		6		10
$f'(x)$		+	0	−	
Variations de f	240	$\nearrow$	720	$\searrow$	240

2. (a) Calculons le nombre dérivé de f en 3.
$f'(3) = 60(-3 + 6) = 180$
On a aussi $f(3) = -30 \times 3^2 + 360 \times 3 - 360 = 450$, l'équation de la tangente est alors $y = f'(3)(x - 3) + f(3)$, c'est-à-dire $y = 180(x - 3) + 450$ ou encore $y = 180x - 90$.

(b) La tangente à C au point d'abscisse 3 est tracée dans le repère de l'annexe 2.

3. On admet que le réel $f'(x)$ représente la vitesse de propagation de l'épidémie au bout de x semaines.
La grippe se propage-t-elle plus vite au bout de 3 semaines ou de 4 semaines ?
Pour y répondre, calculons $f'(4)$. $f'(4) = 60(-4+6) = 120$. Comme $f'(4) < f'(3)$, la grippe se propageait plus rapidement au bout de trois semaines qu'au bout de quatre semaines.

$\boxed{\text{Exercice 4}}$ **(5 points)**

Jean envisage de mettre de l'argent de côté en vue d'un achat. Il imagine deux plans d'épargne sur 12 mois.

Plan 1 : le premier versement mensuel est de 400 € et, chaque mois, les versements mensuels diminuent de 30 € par rapport au mois précédent.

Plan 2 : le premier versement mensuel est de 400 € et, chaque mois, les versements mensuels diminuent de 10 % par rapport au mois précédent.

Partie 1 : utilisation d'un tableur

Jean utilise un tableur pour comparer les deux plans et on donne, dans **l'annexe à rendre avec la copie**, un extrait de la feuille de calcul qu'il a créée.
La colonne C est au format nombre décimal à deux décimales.

1. Une formule, à recopier dans la plage C4 :C13, que Jean a pu saisir dans la cellule C3 est =$C2*0,9.
2. Dans la cellule C4, nous pourrons lire 324,00 puisque la colonne est au format nombre décimal à deux décimales. (360×0.9)
3. Une formule que Jean peut saisir dans la cellule B14 pour obtenir le montant total des 12 versements mensuels du **plan 1** est : =SOMME($B2 :$B13).
L'écriture de $ n'est pas indispensable.

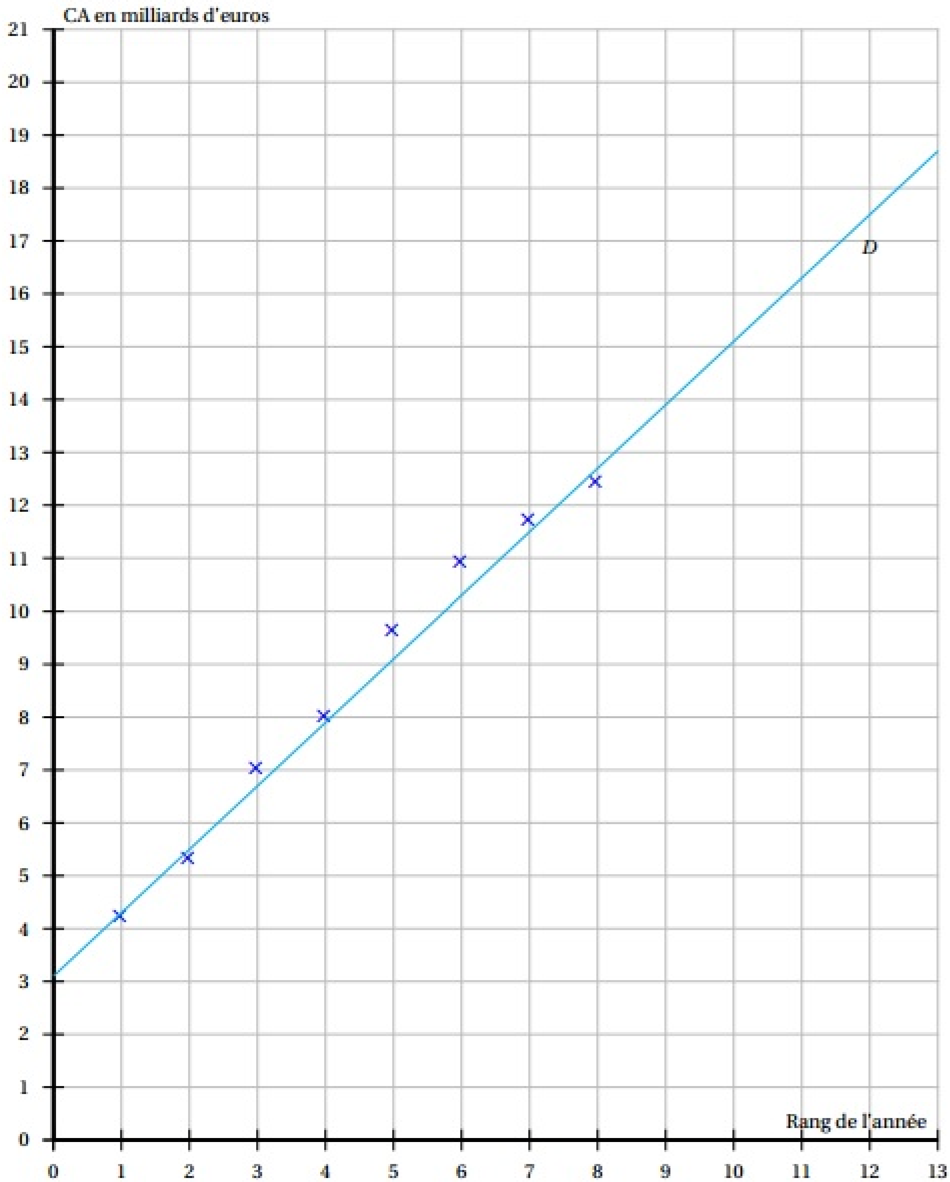
Partie 2 : utilisation d'un algorithme

A chaque passage dans la boucle Pour, la variable u (initialisée à 400) se retrouve multipliée par le facteur $0,9$. u correspond donc aux différents versements mensuels de Jean selon le plan 2. A chaque passage dans la boucle, S (initialisée à 400 : le montant du premier versement) se retrouve augmentée de la valeur u. S correspond donc à la somme des i premiers versements de Jean. Enfin, comme la boucle termine pour $i = 12$, on en déduit que l'affichage final correspond au total de l'épargne de Jean selon le plan 2, soit $2870,28$ euros (comme donné dans l'annexe).

Partie 3 : comparaison de deux suites

1. On note u_n le montant du n-ième versement mensuel du **plan 1**.
Ainsi on a : $u_1 = 400$ et $u_2 = 370$.
   (a) La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison -30 puisque chaque terme se déduit du précédent, sauf le premier en ajoutant -30. Le premier terme de la suite est 400.
   (b) Calculons u_{12}.
   Le terme général d'une suite arithmétique de premier terme u_1 et de raison r est $u_n = u_1 + (n-1)r$.
   $u_{12} = 400 + 11 \times (-30) = 70$
   (c) La colonne B du tableau de **l'annexe à rendre avec la copie** y est complétée.
2. On note v_n le montant du n- ième versement mensuel du **plan 2**. Ainsi on $v_1 = 400$ et $v_2 = 360$.
   (a) La suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0.9, coefficient multiplicateur associé à une baisse de 10 %. Chaque terme se déduit du précédent excepté le premier, en le multipliant par un même nombre. Le premier terme de la suite est 400.
   (b) Calculons v_{12}.
   Le terme général d'une suite géométrique de raison q et de premier terme u_1 est $u_n = u_1 q^{n-1}$.
   $v_{12} = 400 \times 0.9^{11} \approx 125.52$.
   (c) À l'aide de la calculatrice, la colonne C du tableau de **l'annexe à rendre avec la copie** y est complétée.
3. Le plan qui assure à Jean la somme épargnée la plus élevée est le **plan 2**. Il aura épargné 70.28 euros de plus qu'avec le **plan 1**.
Expliquer la réponse.

Annexe 1


CA en milliards d'euros
Rang de l'année
D
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21

Annexe 2

Annexe 3

	A	B	C
1		Plan 1	Plan 2
2	1er versement mensuel	400	400,00
3	2e versement mensuel	370	360,00
4	3e versement mensuel	340	324,00
5	4e versement mensuel	310	291,60
6	5e versement mensuel	280	262,44
7	6e versement mensuel	250	236,20
8	7e versement mensuel	220	212,58
9	8e versement mensuel	190	191,32
10	9e versement mensuel	160	172,19
11	10e versement mensuel	130	154,97
12	11e versement mensuel	100	139,47
13	12e versement mensuel	70	125,52
14	TOTAL	2 800	2 870,28