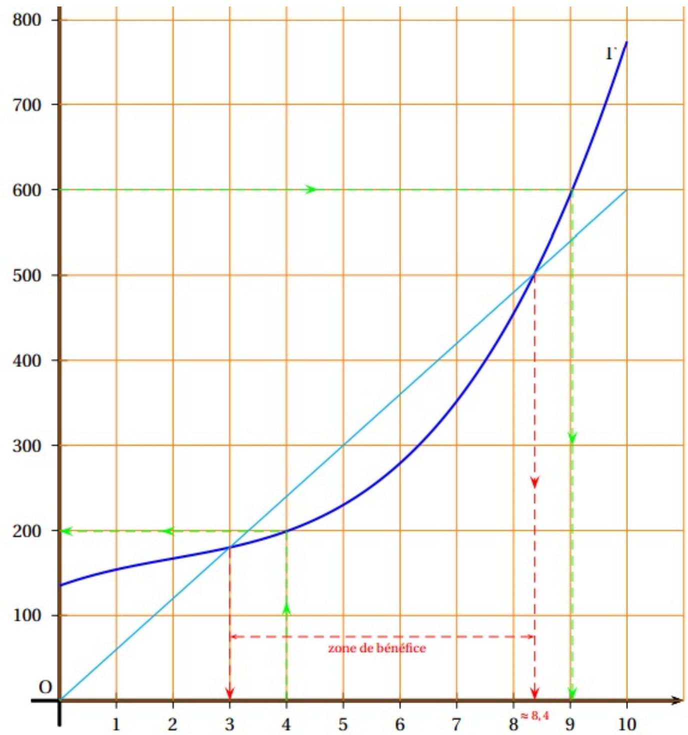
Exercice 1 **5 points**

Partie A - Etude du coût total et de la recette

1. Estimons par lecture graphique :
   (a) Nous lisons l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 4 soit 200.
   Le coût total de production de 4 tonnes est d'environ 200 milliers d'euros.
   (b) Nous lisons l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée 600 soit environ 9 tonnes



2. Déterminons par le calcul :
   (a) $C(6) = 6^3 - 6 \times 6^2 + 24 \times 6 + 135 = 144 + 135 = 279$.
   Le coût total de production de 6 tonnes est 279 milliers d'euros.
   (b) le coût moyen de production d'une tonne lorsque l'entreprise produit 6 tonnes. Lorsque l'entreprise produit 6 tonnes, elle dépense 279 milliers d'euros. Cette dépense est répartie sur chaque tonne $\dfrac{279}{6} = 46.5$ donc le coût moyen dans ces conditions, est de 46,5 milliers d'euros.
3. (a) La recette pour la vente de 5 tonnes d'alliage est de 300 milliers d'euros $60 \times 5 = 300$.
   (b) On note R la fonction qui modélise la recette, exprimée en milliers d'euros, pour x tonnes vendues.
   L'expression de $R(x)$ en fonction de x est alors $R(x) = 60x$.
   (c) L'entreprise réalise un bénéfice lorsque la droite représentant la recette est au dessus de la courbe Γ. Nous lisons : x appartient à l'intervalle $[3\,;\, \approx 8,4]$.

Partie B - Etude algébrique du bénéfice

On note B la fonction qui modélise le bénéfice, exprimé en milliers d'euros, sur l'intervalle $[0\,;10]$.

1. Le bénéfice est la différence entre les recettes et les coûts.
   $B(x) = 60x - \left(x^3 - 6x^2 + 24x + 135\right) = -x^3 + 6x^2 + 36x - 135$.
   Nous obtenons le résultat attendu.
2. (a) $B'(x) = -(3x^2) + 6(2x) + 36 = -3x^2 + 12x + 36$
   (b) $B'(x)$ est une fonction polynôme du second degré ($a = -3$, $b = 12$ et $c = 36$). Pour étudier le signe de $B'(x)$, on calcule $\Delta = b^2 - 4ac = 12^2 - 4 \times (-3) \times 36 = 576$.
   Comme $\Delta > 0$, il y a deux racines : $x_1 = \dfrac{-12 - 24}{2 \times (-3)} = 6$ et $x_2 = \dfrac{-12 + 24}{2 \times (-3)} = -2$.
   Comme $-2 \notin [0; 10]$, la seule solution de l'équation $B'(x) = 0$ sur l'intervalle $[0; 10]$ est $x = 6$.
3. Le signe de $B'(x)$ est positif sur $[0; 6]$ et négatif sur $[6; 10]$.
   Dressons le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0\,;10]$.

x	0		6		10
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de B	-135	$\nearrow$	81	$\searrow$	-175

4. En lisant le tableau de variations, la quantité d'alliage à produire pour réaliser un bénéfice maximal est de 6 tonnes.

Exercice 2 **6 points**

Partie A : Etude du chiffre d' affaires de l' entreprise A

1. Une suite est arithmétique lorsque chaque terme, sauf le premier, se déduit du précédent en ajoutant un même nombre. La suite (a_n) est une suite arihmétique de premier terme a_1 valant 30000 et de raison 3000.
2. (a) Exprimons a_n en fonction de n. Le terme général d'une suite arithmétique de premier terme u_1 et de raison r est $u_n = u_1 + (n-1)r$. Donc $a_n = 30000 + 3000(n-1)$.
   (b) Le chiffre d' affaires, en euros, réalisé par l' entreprise A au terme de la cinquième année correspond à a_5.
   $a_5 = 30000 + 3000 \times 4 = 42000$.
   Le chiffre d' affaires réalisé par l' entreprise A au terme de la cinquième année est de 42000 .
   (c) Une formule qui, saisie dans la cellule F3, permet par recopie vers le bas de calculer le chiffre d'affaires de l'entreprise A est par exemple =$F2+3000 ou =F2+3000 ou =$F$2+3000*$E2
3. (a) A la ligne 6, a vaut 30000.
   (b) i.

Valeurs prises par i			2	3	4	5
Valeurs prises par a	0	30000	33000	36000	39000	42000

   ii. La valeur de a correspond au chiffre d'affaires de la 5ème année.
4. Déterminons n tel que $a_n \geqslant 50000$.
   $30000 + 3000(n-1) \geqslant 50000 \iff 3000(n-1) \geqslant 20000 \iff n \geqslant 1 + \dfrac{20}{3}$, par conséquent $n = 8$.
   A la fin de la huitième année, il lui sera possible d'embaucher un salarié.

Partie B : Etude du chiffre d' affaires de l' entreprise B.

1. (a) Une formule, saisie dans la cellule G3, qui permet par recopie vers le bas de calculer le chiffre d' affaires annuel de l' entreprise B est par exemple =$G2*1,05 .
   (b) Une suite est géométrique lorsque chaque terme, sauf le premier, se déduit du précédent en le multipliant par un même nombre. La suite (b_n) est donc une suite géométrique de premier terme b_1 valant 30000 et de raison 1.05.
   (c) Exprimons b_n en fonction de n. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison q est $u_n = u_1 q^{n-1}$.
   donc ici, $b_n = 30000 \times (1.05)^{n-1}$.
2. Le chiffre d' affaires prévisible pour l' entreprise B au terme de la sixième année est b_6.
   $b_6 = 30000 \times (1.05)^5 \approx 38288$
3. A la calculatrice $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6 = 204057$. La somme des chiffres d'affaires des 6 premières années est d'environ 204057 euros.

Exercice 3 **(5 points)**

1. L'événement "le voyageur fait l'aller en bus et le retour en train" se note $\boxed{\overline{A} \cap R}$. **(réponse a.)**
2. La probabilité que le voyageur fasse le retour en bus sachant qu'il a fait l'aller en train est égale à
   $p_A\left(\overline{R}\right) = \boxed{0,1}$ **(réponse c.)**
3. La probabilité que le voyageur fasse l'aller-retour en train est égale à
   $p(A \cap R) = 0,9 \times 0,7 = \boxed{0,63}$ **(réponse a.)**
4. La probabilité que le voyageur utilise le bus pour le retour est égale à :
   $p\left(A \cap \overline{R}\right) + p\left(\overline{A} \cap \overline{R}\right) = 0,1 \times 0,7 + 0,2 \times 0,3 = 0,07 + 0,6 = \boxed{0,13}$. **(réponse b.)**
5. La probabilité que le voyageur utilise les deux moyens de transport proposés est égale à :
   $p\left(A \cap \overline{R}\right) + p\left(\overline{A} \cap R\right) = 0,7 \times 0,1 + 0,3 \times 0,8 = 0,07 + 0,24 = \boxed{0,31}$ **(réponse d.)**

Exercice 4 **4 points**

1. Entre 2002 et 2003, le nombre de bénéficiaires de minima sociaux a augmenté de 1,69 %.
   Le coefficient multiplicateur est alors de 1.0169.
   Calculons le nombre de bénéficiaires : $3258,7 \times 1,0169 = 3313,772$.
   Le nombre de bénéficiaires de minima sociaux en 2003 est 3313,8 à $0,1$ millier près.
2. On affecte l'indice 100 à l'année 2007. Le nombre de bénéficiaires est passé de 3334,6 en 2007 à 3297,5 en 2008. L'indice de 2008 par rapport à 2007 est $\dfrac{3297,5}{3334.6} \times 100 = 98,89$.
   L'indice de 2009 par rapport à 2007 est $\dfrac{3502,7}{3334,6} \times 100 = 105,04$.
3. Le taux d'évolution du nombre de bénéficiaires de minima sociaux entre 2007 et 2009, exprimé en pourcentage est $\dfrac{98,89-100}{100} = -1.11\ \%$.
   Entre 2007 et 2008, le nombre de bénéficiaires de minima sociaux a baissé de 1,11 %.
   Le taux d'évolution du nombre de bénéficiaires de minima sociaux entre 2007 et 2009, exprimé en pourcentage est $\dfrac{105,04-100}{100} = 5,04\ \%$.
   Entre 2007 et 2009, le nombre de bénéficiaires de minima sociaux a augmenté de 5,04 %.
4. Appelons T le taux d'évolution global entre 2002 et 2009.
   $T = \frac{\text{valeur finale}-\text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} \qquad T = \dfrac{3502,7-3258,7}{3258,7} \approx 0,074876 \approx 7,4876\%$.
5. On appelle t_m le taux annuel moyen. Le coefficient multiplicateur global est $1+T$ d'une part et $(1+t_m)^7$ car le nombre de bénéficiaires a subi 7 évolutions d'où $t_m = (1+T)^{\frac{1}{7}} - 1, \qquad t_m = (1.074876)^{\frac{1}{7}} - 1 \approx 0,0104$
   Le taux d'évolution annuel moyen du nombre de bénéficiaires de minima sociaux entre 2002 et 2009 est d'environ 1,04 %
6. Le gouvernement souhaite qu'en 2015, le nombre de bénéficiaires de minima sociaux ne dépasse pas 3800000. Si l'évolution moyenne est de $1,04\,\%$ par an après 2009, le nombre de bénéficiaires de minima sociaux en 2015 aura été multiplié par $1,0104^6$.
   $3502,7 \times 1.0104^6 \approx 3727,04$. Cet objectif est réalisable puisque le nombre prévu est inférieur au maximum prévu par le gouvernement.